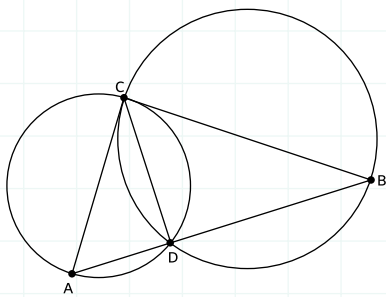




شراره تقی دستجردی، صبا قاسمی

استدلال‌های غلط درست‌نما



رها برگه‌اش را گذاشت روی میز معلم و با اعتماد به نفس شروع کرد به توضیح دادن:

همان‌طور که می‌بینید این دو دایره در دو نقطه، یکدیگر را قطع می‌کنند: نقطه C و نقطه D. چون نقطه D روی دایره به قطر AC است، پس زاویه ADC باید ۹۰ درجه باشد.

معلم که می‌خواست مطمئن شود رها فقط بر اساس شکلی که کشیده، قائمه‌بودن زاویه را نتیجه نگرفته است، از او خواست در مورد ادعایش بیشتر توضیح دهد.

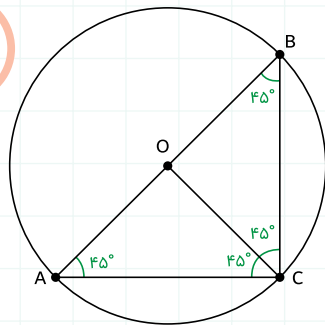
زنگ تفریح

رها در حالی که برگه امتحانی‌اش را در دست گرفته بود، با چهره‌ای درهم به سمت میز معلمش رفت، زیرا هنوز هم نمی‌دانست چرا معلم به او نمره کامل نداده است. به نظر او حل این مسئله ساده بود:

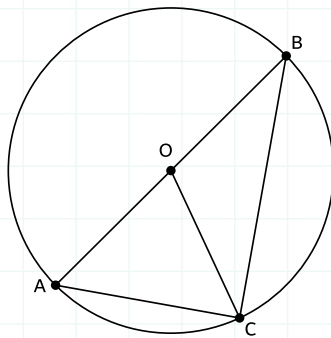
نقطه C را خارج از پاره‌خط AB در نظر بگیرید. دایره‌هایی که قطرهای آن‌ها AC و BC هستند، در نقطه دیگری به نام D یکدیگر را قطع می‌کنند. بررسی کنید آیا پاره‌خط CD بر پاره‌خط AB عمود است؟

اگرچه معلم بسیار خسته بود، اما با رویی خوش از رها خواست تا استدلالش را توضیح دهد.

رها: اجازه، من اول برای مسئله یک شکل کشیدم تا ببینم قرار است چه چیزی را بررسی کنم. حالا از روی شکلم برای شما توضیح می‌دهم.



اما در اینجا حالتی کشیده شده که مثلث ABC متساوی الساقین است، در صورتی که می‌تواند حالت‌های دیگری مثل شکل زیر هم رخ دهد. در نتیجه استدلال کامل نیست.



برای پرهیز از این امر، نرم‌افزاری مانند «جئوجبرا» می‌تواند به ما کمک کند که شکل‌های متفاوت مربوط به یک مسئله را به راحتی ببینیم و در صورت لزوم استدلال‌هایی متناسب با حالت‌های متفاوت بیاوریم. اما حتی جئوجبرا هم نمی‌تواند یک ریاضی‌دان را قانع کند که استدلال ما کامل است؛ چرا که برای یک استدلال هندسی ما همیشه به دنبال روشی هستیم که ما را از شکل بی‌نیاز کند! این در واقع سومین جنبه‌ای است که می‌خواهیم به آن بپردازیم. برای توضیح آن به داستان رها بازگردیم: اگر شما هم مانند رها شکل‌های متفاوتی بکشید یا از نرم‌افزاری چون جئوجبرا استفاده کنید، خواهید دید که دو پاره‌خط مورد نظر در شکل‌های متفاوت بر هم عمود هستند. اما دیدن شکل‌های متفاوت فقط ما را به درستی ادعایمان دلگرم می‌کنند. آنچه که در اینجا باید اثبات شود این فرض است که: «محل برخورد دو دایره، یعنی نقطه D روی پاره‌خط AB قرار دارد.» در واقع همه آنچه رها می‌گوید بر اساس این فرض است و تا زمانی که اثبات نشود، استدلال رها روی هواست.

بسیار خوب، اکنون نوبت شماساست!

حالا که متوجه نقص استدلال رها شده‌اید، سعی کنید آن را برطرف کنید. یعنی نشان دهید نقطه D حتماً روی پاره‌خط AB قرار می‌گیرد.

علاوه بر این، ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و روبه‌روی قطر دایره است، برابر با ۹۰ درجه است.

ادامه دارد ...

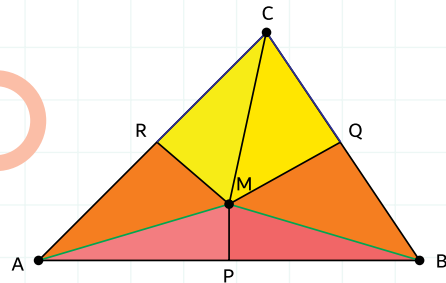
رها: اجازه، ببینید رأس زاویه ADC روی دایره است و ضلع روبه‌رویش همان قطر دایره است. در نتیجه اندازه آن حتماً ۹۰ درجه می‌شود ...
معلم: می‌توانی توضیح بدهی چرا باید اندازه آن حتماً ۹۰ درجه باشد؟
رها: ببینید من الان یک شکل دیگر می‌کشم و ...

پیش از اینکه ادامه مطلب را بخوانید، به استدلال رها خوب فکر کنید. آیا به نظرتان استدلالش ایرادی دارد؟
نظرتان در مورد جمله آخر او چیست؟ آیا همیشه اندازه زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و رو به قطر دایره است، ۹۰ درجه خواهد بود؟
برای ما استدلال‌های هندسی با شکل پیوند خورده‌اند. در واقع حتی اگر مسئله شکل نداشته باشد، خودمان سریع دست‌به‌قلم می‌شویم و شکلی برایش رسم می‌کنیم. شکل‌ها کمک می‌کنند همه جزئیات مسئله یکجا جلوی چشممان بیایند. از این طریق جرقه‌هایی برای اثبات در ذهنمان زده می‌شوند. اما گاهی همین شکل‌های ایده‌بخش ممکن است ما را به خطا بیندازند.

می‌پرسید چطور؟

حداقل از سه جنبه می‌توان به این سؤال پاسخ داد:

اول آنکه اغلب شکل‌هایی که می‌کشیم دقیق نیستند. حتی اگر برای رسم یک شکل از ابزارهایی چون خط‌کش، پرگار، گونیا و نقاله هم استفاده کنیم، باز هم شکل ما کاملاً دقیق نخواهد بود. این محدودیت ذاتی شکل‌های رسم‌شده ممکن است ما را دچار خطا کند. نمونه‌ای از این خطا را در استدلالی که در شماره قبل آوردیم، دیدید. در شکلی که رسم شده بود، عمودمنصف ضلع روبه‌روی زاویه C و نیم‌ساز آن زاویه یکدیگر را درون مثلث قطع کرده‌اند (در شکل زیر این نقطه برخورد با M نشان داده شده است)، اما در واقع هیچ‌گاه چنین چیزی رخ نمی‌دهد.



دوم آنکه شکل‌ها غالباً برای یک حالت خاص کشیده می‌شوند. همین حالت خاص ممکن است روابط و نتایجی را به ذهن ما برساند که قابل تعمیم نباشند. برای مثال فرض کنید شخصی بخواهد ثابت کند اندازه زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و روبه‌روی قطر دایره باشد، ۹۰ درجه است. او شکل بعدی را می‌کشد و بر آن اساس استدلالش را پیش می‌برد:

از آنجا که OB، OC و OA شعاع‌های دایره هستند و شعاع‌های دایره با هم برابرند، پس مثلث‌های OBC و OAC متساوی الساقین هستند. اما همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، مثلث ABC هم متساوی الساقین است. در نتیجه همه زاویه‌های نشان داده شده به رنگ سبز در شکل با هم برابرند و مجموع آن‌ها هم باید ۱۸۰ درجه باشد. پس هر کدام ۴۵ درجه است. بنابراین زاویه ACB برابر با ۹۰ درجه است.